

ANALISIS PENALARAN ALJABAR SISWA SMA MELALUI SOAL POLA BILANGAN ARITMETIKA BERBASIS REPRESENTASI VISUAL

Siti Faizah Lathifatul Karimah

Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Malang, Indonesia
Lathifatulkarimah17@gmail.com

ABSTRACT

Background : Mathematics, especially algebraic reasoning, plays a crucial role in developing logical and systematic thinking skills. However, students often struggle to translate concrete patterns into abstract algebraic forms, indicating a gap between visual understanding and symbolic expression. The use of visual media in arithmetic sequence problems has proven effective in strengthening the connection between concrete and abstract concepts. This observation aims to examine students' thought processes in constructing reasoning from observed patterns and their ability to express them in algebraic symbols. **Objectif :** This study aims to explore students' thought processes in understanding and solving visual pattern-based mathematics problems, specifically in observing patterns, constructing reasoning, and expressing mathematical ideas into algebraic forms. **Methods :** The observation was conducted at SMA Negeri 1 Sugihwaras from June 10-16, 2025. The subjects were two students (Muhammad Fahmi Saputra and Anna Althofun Nisa'). Data were collected through visual pattern problem sheets (arithmetic sequence dot patterns), observation guidelines, and interview guidelines. Data were analyzed qualitatively, focusing on pattern generalization, logical argumentation, and symbolic expression. **Results:** Both students demonstrated good pattern generalization abilities, identifying the pattern of adding 4 dots and recognizing it as an arithmetic sequence. They also showed sufficient logical reasoning, explaining the steps and reasons for using the formula, and performing trials. However, both students still faced difficulties in formal expression, such as the inconsistent and not entirely accurate symbolic writing of the formula $Un=a+(n-1) \times b$. **Conclusion:** Students' generalization and logical reasoning abilities are well-developed, but formal expression in algebraic symbols remains a challenge. Visual learning is helpful, but it needs to be balanced with practice in writing formal formulas to enhance overall algebraic reasoning.

Keywords: Algebraic reasoning, arithmetic sequence, visual representation, high school student.

ABSTRAK

Latar belakang: Matematika, khususnya penalaran aljabar, berperan penting dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis dan sistematis. Namun, siswa sering kesulitan mengubah pola konkret menjadi bentuk aljabar abstrak, menunjukkan kesenjangan antara pemahaman visual dan ekspresi simbolik. Penggunaan media visual dalam soal pola barisan aritmetika terbukti efektif memperkuat koneksi antara konsep konkret dan abstrak. Tujuan observasi ini adalah mengamati proses berpikir siswa dalam membangun alasan dari pola yang ditemukan dan kemampuannya menuliskannya dalam bentuk simbol aljabar. **Tujuan:** Penelitian ini bertujuan untuk menggali proses berpikir siswa dalam memahami dan menyelesaikan soal matematika berbasis pola visual, khususnya dalam mengamati pola, menyusun alasan, dan mengekspresikan ide matematis ke dalam bentuk aljabar. **Metode:** Observasi dilakukan di SMA Negeri 1 Sugihwaras pada tanggal 10-16 Juni 2025. Subjek penelitian adalah dua siswa (Muhammad Fahmi Saputra dan Anna Althofun Nisa'). Data dikumpulkan melalui lembar soal pola visual (pola titik barisan aritmetika), panduan observasi, dan panduan wawancara. Data dianalisis secara kualitatif, berfokus pada generalisasi pola, argumentasi logis, dan ekspresi simbolik. **Hasil:** Kedua siswa menunjukkan kemampuan generalisasi pola yang baik, mampu mengidentifikasi pola pertambahan 4 titik dan

menyadari bahwa itu adalah barisan aritmetika. Mereka juga menunjukkan penalaran logis yang cukup, mampu menjelaskan langkah-langkah dan alasan penggunaan rumus, serta melakukan uji coba. Namun, kedua siswa masih mengalami kesulitan dalam ekspresi formal, seperti penulisan rumus $Un=a+(n-1)\times b$ yang belum sepenuhnya tepat secara simbolik dan konsisten. **Kesimpulan:** Kemampuan generalisasi dan penalaran logis siswa sudah berkembang baik, namun ekspresi formal dalam bentuk simbol aljabar masih menjadi tantangan. Pembelajaran visual membantu, tetapi perlu diimbangi dengan pembiasaan menulis rumus formal untuk meningkatkan penalaran aljabar secara menyeluruh.

Kata-Kata Kunci: Penalaran aljabar, pola bilangan aritmetika, representasi visual, siswa SMA.

PENDAHULUAN

Matematika adalah salah satu mata pelajaran yang berperan penting dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis dan sistematis. Dalam proses pembelajarannya, matematika tidak hanya menekankan pada penguasaan rumus, tetapi juga mengajarkan bagaimana seseorang memahami, menganalisis, dan menyelesaikan masalah melalui cara berpikir yang terstruktur. Salah satu kemampuan yang sangat dibutuhkan dalam hal ini adalah penalaran aljabar. Dengan penalaran aljabar, siswa diajak untuk mengenali pola, membuat generalisasi, serta mengekspresikan ide-ide matematis ke dalam bentuk simbol atau rumus (Kaput & Blanton, 2005; Kurniawan & Ristanto, 2021).

Namun, kenyataannya masih banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep-konsep aljabar, khususnya ketika mereka harus mengubah pola konkret menjadi bentuk aljabar yang lebih abstrak. Meskipun beberapa siswa dapat menjawab soal dengan benar, mereka belum tentu bisa menjelaskan bagaimana mereka sampai pada jawaban tersebut, atau menyusunnya dalam bentuk aljabar yang sesuai. Hal ini menunjukkan bahwa masih ada kesenjangan antara kemampuan memahami secara visual dan kemampuan mengekspresikan dalam bentuk simbolik (Rahmah & Susanto, 2020).

Di sisi lain, penggunaan media visual dalam soal matematika sebenarnya dapat membantu siswa dalam memahami konsep, terutama dalam materi pola barisan. Soal-soal yang disajikan dalam bentuk gambar atau pola titik, misalnya, bisa memberikan pengalaman belajar yang lebih nyata. Melalui gambar, siswa bisa lebih mudah melihat pola dan melakukan generalisasi. Representasi visual terbukti efektif dalam memperkuat koneksi antara konsep konkret dan abstrak (NCTM, 2014).

Melalui kegiatan observasi ini, peneliti ingin mengamati secara lebih mendalam proses berpikir siswa ketika dihadapkan pada soal pola barisan aritmetika berbasis gambar. Fokus utama pengamatan adalah bagaimana siswa membangun alasan dari pola yang mereka temukan dan

sejauh mana mereka mampu menuliskannya dalam bentuk simbol aljabar. Penelitian seperti ini tidak hanya penting bagi guru dalam merancang strategi pembelajaran yang tepat, tetapi juga sebagai bahan refleksi untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep aljabar secara menyeluruh (Sugiyono, 2019). Dengan demikian, pemahaman tentang penalaran aljabar bukan hanya soal hasil akhir, melainkan juga tentang proses berpikir siswa yang mencakup pengamatan, penarikan kesimpulan, hingga penyusunan ide dalam bentuk simbol. Jika proses ini dapat dimaksimalkan dalam pembelajaran, maka siswa tidak hanya akan mahir berhitung, tetapi juga mampu berpikir kritis dan sistematis dalam menyelesaikan persoalan matematika (Kurniawan & Ristanto, 2021).

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, fokus observasi ini adalah untuk memahami bagaimana siswa berpikir dan menyusun penalaran aljabar saat menyelesaikan soal pola barisan yang disajikan secara visual. Meskipun soal-soal tersebut tampak sederhana, proses berpikir yang terjadi di balik jawaban siswa memerlukan kemampuan untuk mengenali pola, menyusun alasan logis, dan menuliskan bentuk umum dari pola tersebut.

Oleh karena itu, tujuan dari kegiatan observasi ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui bagaimana siswa mengamati pola yang disajikan dalam bentuk visual dan menggeneralisasikannya secara tepat.
2. Mengidentifikasi bagaimana siswa menyusun alasan atau argumen logis terhadap solusi yang mereka buat.
3. Menilai sejauh mana siswa mampu mengekspresikan ide matematis mereka dalam bentuk simbol atau rumus aljabar.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif melalui studi kasus observasi. Penelitian ini dilaksanakan di SMA Negeri 1 Sugihwaras pada tanggal 10-16 Juni 2025. Subjek penelitian adalah dua orang siswa SMA Negeri 1 Sugihwaras, yaitu Muhammad Fahmi Saputra dan Anna Althofun Nisa'. Pemilihan subjek didasarkan pada ketersediaan dan kesediaan siswa untuk berpartisipasi dalam observasi dan wawancara.

Instrumen yang digunakan dalam kegiatan ini meliputi lembar soal pola visual (disajikan dalam bentuk gambar titik yang disusun berurutan sesuai barisan aritmetika untuk merangsang siswa dalam mengamati dan menemukan pola), panduan observasi (berisi indikator-indikator penalaran aljabar: generalisasi pola, penyusunan alasan logis, dan ekspresi simbolik), dan

panduan wawancara (disiapkan untuk menggali lebih dalam proses berpikir siswa). Data dikumpulkan melalui observasi langsung terhadap siswa saat mengerjakan soal dan wawancara terstruktur setelah siswa menyelesaikan soal.

Data yang terkumpul dari hasil penggerjaan soal dan transkrip wawancara dianalisis secara kualitatif melalui tiga tahap: seleksi data (memilih bagian yang mencerminkan penalaran aljabar), reduksi data (mengkategorikan jawaban siswa berdasarkan indikator penalaran dan menyaring informasi tidak relevan), dan penyajian data (menyajikan data terseleksi dan tereduksi dalam bentuk narasi deskriptif dan ringkasan tabel).

HASIL

Data dalam observasi ini diperoleh dari hasil penggerjaan soal pola titik serta wawancara dua orang siswa, yaitu Muhammad Fahmi Saputra dan Anna Althofun Nisa', yang berasal dari SMA Negeri 1 Sugihwaras. Soal yang diberikan berbentuk pola titik berurutan yang membentuk barisan aritmetika sebagai berikut:

- Gambar 1: 1 titik
- Gambar 2: 5 titik
- Gambar 3: 9 titik
- Gambar 4: 13 titik

Siswa diminta untuk menemukan pola dari gambar tersebut dan menuliskan rumus umum suku ke-n dari jumlah titik. Setelah itu, mereka diwawancara berdasarkan indikator penalaran aljabar: generalisasi, argumentasi logis, dan ekspresi simbolik.

Hasil Analisis Siswa 1 – Muhammad Fahmi Saputra

Tabel 1. Hasil Wawancara Siswa 1

P	“dari ketika kamu melihat gambar titik-titik itu apa pola yang kamu perhatikan?”
S1	“yang saya perhatikan adalah di dalam suku pertama terdapat satu kotak di pola kedua terdapat 5 kotak dan seterusnya jadi saya bisa melihat ada beda yaitu 4 kotak”

P	“gimana cara kamu menemukan aturan atau rumus untuk menghitung jumlah titik pada gambar ke-n?”
S1	“ya saya menemukan rumus yaitu $UN = a + n - 1 b$, a adalah suku pertama n adalah suku ke dan b adalah beda”
P	“ya selanjutnya bisakah kamu menjelaskan langkah-langkah yang kamu lakukan sampai menemukan rumus yang kamu berikan?”
S1	“langkah-langkah yang saya gunakan yaitu menentukan suku pertama, suku ke-n dan mencari beda Dan setelah saya menemukan beberapa uji coba untuk menentukan rumus, saya menemukan rumus $UN = a + (n - 1) b$ ”

Berdasarkan hasil observasi dan wawancara yang saya lakukan terhadap siswa 1, hasil penelitian yang saya dapatkan adalah:

Generalisasi: Siswa mampu mengamati adanya pola pertambahan sebesar 4 titik dari gambar ke gambar. Ia menyebutkan bahwa selisihnya tetap, yaitu 4, dan menunjukkan pemahaman bahwa pola tersebut adalah barisan aritmetika.

Argumentasi: Fahmi menjelaskan bahwa ia menggunakan rumus barisan aritmetika $Un=a+(n-1)\times b$, dengan menyebut bahwa $a=1$ dan $b=4$. Ia menyatakan bahwa ia melakukan beberapa percobaan untuk menguji apakah rumus tersebut sesuai. Ia juga mampu menjelaskan langkah-langkah yang ia ambil untuk menemukan rumus, termasuk mengamati pola dan menguji hasilnya.

Ekspresi Formal: Siswa menuliskan rumus $Un=a+(n-1)\times b$, meskipun penulisannya belum sepenuhnya tepat secara simbolik (misalnya, tanpa tanda kurung yang jelas pada $(n-1)\times b$). Ia mengaku mengalami sedikit kesulitan dalam menuliskan rumus karena sudah lama tidak

mengerjakan soal aljabar. Namun, ia dapat membuktikan kebenaran rumus dengan mengganti nilai n dan mendapatkan hasil yang benar.

Hasil Analisis Siswa 2 – Anna Althofun Nisa[’]

Tabel 2. Hasil Wawancara Siswa 2

P	“dari ketika kamu melihat gambar titik-titik itu apa pola yang kamu perhatikan?”
S2	“dari gambar yang saya lihat dari suku pertama terdapat 1 kotak suku kedua terdapat 5 kotak jadi saya melihat ada selisih dari gambar tersebut 4”
P	“oke nah, gimana cara kamu menemukan aturan atau rumus untuk menghitung jumlah titik pada gambar ke-n?”
S2	“rumus yang saya pakai yaitu $1 + (n - 1) * b$ ”
P	“bisakah kamu menjelaskan langkah-langkah yang kamu lakukan sampai menemukan rumus yang kamu berikan?”
S2	“saya menggunakan langkah-langkah ini dengan mengamati gambar pola tersebut mencari selisih dan menghitung atau membuktikannya”

Berdasarkan hasil penelitian dan wawancara tersebut, dapat dilihat bahwa siswa 2 cenderung lebih singkat dalam menanggapi pertanyaan-pertanyaan yang diberikan peneliti. Berikut pemaparan hasil penelitian dari siswa 2:

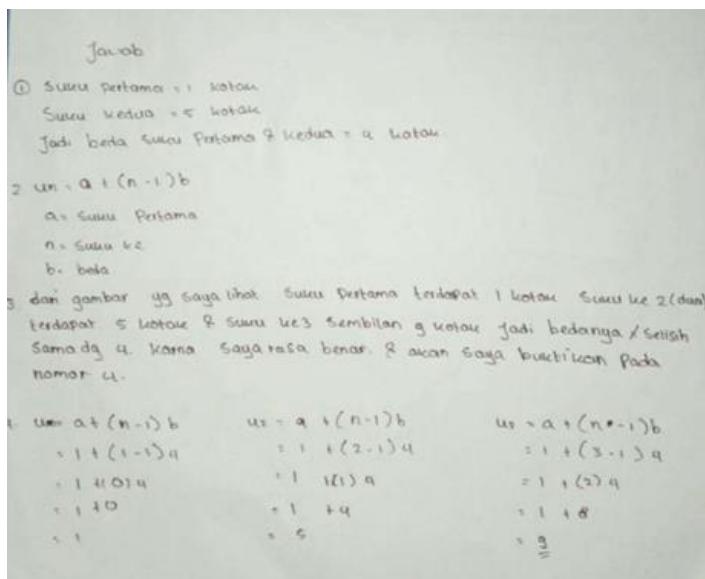
Generalisasi: Siswa juga mengenali bahwa selisih antar gambar adalah 4 titik. Ia menyebut bahwa dari suku pertama ke suku kedua terdapat penambahan 4, dan seterusnya. Ini menunjukkan bahwa siswa mampu menggeneralisasi pola secara benar.

Argumentasi: Anna menjelaskan bahwa ia menemukan rumus setelah mengamati gambar, mencari selisih antar jumlah titik, dan melakukan pembuktian melalui beberapa percobaan. Ia menyatakan bahwa tidak ada cara lain yang lebih tepat karena rumus tersebut sudah terbukti benar berdasarkan hasil yang ia peroleh.

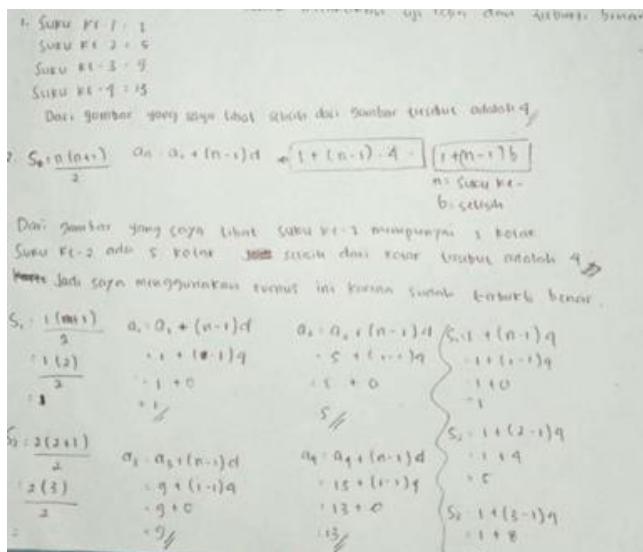
Ekspresi Formal: Rumus yang ditulis oleh siswa adalah $U_n = 1 + (n-1) \times b$, meskipun dalam beberapa bagian ia menulis S_n (yang biasanya untuk jumlah suku). Hal ini menunjukkan bahwa ia masih mengalami kesulitan dalam penulisan simbol aljabar secara formal. Dalam wawancara, ia juga menyatakan kesulitan karena sudah lama tidak berlatih soal-soal aljabar.

Tabel 3. Ringkasan Hasil Observasi Penalaran Aljabar Siswa

Indikator	Siswa 1 (Muhammad Fahmi Saputra)	Siswa 2 (Anna Althofun Nisa')
Generalisasi	Mengidentifikasi pola dengan benar	Mengidentifikasi pola dengan benar
Argumentasi Logis	Menjelaskan langkah dan alasannya	Menjelaskan langkah dan alasannya
Ekspresi Formal	Menuliskan rumus dengan beberapa kesalahan simbol	Mengalami kesulitan, simbol kurang tepat



Gambar 1. Hasil Jawaban Siswa 1 (Muhammad Fahmi Saputra)



Gambar 2. Hasil Jawaban Siswa 2 (Anna Althofun Nisa)

PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil observasi dan wawancara terhadap dua siswa, dapat dianalisis bagaimana kemampuan mereka dalam menunjukkan penalaran aljabar melalui tiga aspek utama: generalisasi pola, argumentasi logis, dan ekspresi formal dalam bentuk simbol aljabar. Indikator penalaran aljabar yang digunakan dalam penelitian ini disesuaikan dari konsep Van de Walle et al. (2016) dan diterapkan pada konteks soal pola bilangan aritmetika, sebagai berikut:

Tabel 4. Indikator Penalaran Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Pola Bilangan Aritmetika

No.	Aspek Penalaran Aljabar	Indikator
1.	Generalisasi	<p>Siswa dapat mengamati dan mengenali pola dari data atau gambar yang disajikan.</p> <p>Siswa dapat menyimpulkan aturan atau rumus suku ke-n dari pola yang diberikan.</p>
2.	Argumentasi Logis	<p>Siswa mampu menyusun penalaran logis berdasarkan pengamatannya.</p> <p>Siswa dapat menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan untuk menemukan rumus.</p> <p>Siswa dapat membuktikan kebenaran rumus untuk nilai n tertentu.</p>
3.	Ekspresi Formal	<p>Siswa dapat menuliskan pola tersebut dalam bentuk simbol atau rumus aljabar yang sesuai.</p> <p>Siswa dapat menggunakan notasi aljabar secara tepat dan konsisten (misalnya, penggunaan tanda kurung, simbol U_n atau S_n sesuai konteks).</p>

Generalisasi Pola

Kedua siswa menunjukkan kemampuan yang baik dalam mengenali dan menggeneralisasi pola dari gambar yang disajikan. Mereka sama-sama mampu melihat bahwa jumlah titik bertambah 4 setiap gambar, dan menyadari bahwa pola tersebut membentuk barisan aritmetika. Temuan ini sesuai dengan indikator pertama dalam penalaran aljabar, yaitu kemampuan menyimpulkan aturan dari beberapa contoh. Kemampuan ini penting karena

menjadi dasar bagi siswa untuk melakukan perumusan dalam bentuk aljabar. Dalam konteks ini, kedua subjek berhasil mengamati pola visual dan menggeneralisasikannya menjadi barisan bilangan 1, 5, 9, 13, ... dengan beda 4.

Argumentasi Logis

Dalam aspek argumentasi, siswa mampu menjelaskan alasan mengapa mereka menggunakan rumus tertentu, serta menyebutkan langkah-langkah yang dilakukan. Keduanya menyebut bahwa mereka melakukan "uji coba" terhadap rumus dengan beberapa nilai n , yang menunjukkan adanya proses berpikir reflektif. Ini mengindikasikan bahwa siswa tidak hanya meniru rumus, tetapi juga memahami alasan di balik penggunaannya. Meskipun penjelasan mereka belum sepenuhnya sistematis, proses berpikir mereka menunjukkan pemahaman logis yang berkembang. Contohnya, Fahmi mampu menjelaskan bahwa ia menggunakan rumus $U_n = a + (n-1) \times b$ dengan $a=1$ dan $b=4$, serta melakukan pembuktian untuk memastikan kebenarannya. Anna juga menunjukkan proses serupa dalam penemuan rumusnya.

Ekspresi Formal (Simbol Aljabar)

Pada aspek ekspresi simbolik, keduanya masih menunjukkan kelemahan. Meskipun mampu menemukan pola dan menuliskannya secara lisan, mereka kesulitan mengekspresikan ide dalam bentuk simbol yang tepat. Misalnya, siswa menggunakan penulisan $U_n = a + n - 1 \times b$ tanpa tanda kurung yang tepat, atau mencampur simbol S_n dan U_n . Hal ini menunjukkan bahwa keterampilan menulis ekspresi aljabar secara formal belum sepenuhnya dikuasai, meskipun pemahamannya sudah ada. Kesulitan ini juga diakui langsung oleh siswa dalam sesi wawancara. Hal ini sejalan dengan temuan Rahmah dan Susanto (2020), yang menyebutkan bahwa siswa lebih mudah mengenali pola dalam bentuk konkret, tetapi sering mengalami hambatan ketika dituntut mengekspresikan ide dalam bentuk simbol aljabar.

Secara keseluruhan, kedua siswa memiliki kemampuan awal yang baik dalam penalaran aljabar, terutama dalam menggeneralisasi pola dan menyusun alasan. Namun, mereka masih memerlukan latihan dan bimbingan khusus dalam aspek ekspresi formal, agar bisa menuliskan ide matematisnya secara tepat dan sesuai kaidah aljabar. Temuan ini sejalan dengan pendapat Kaput & Blanton (2005), yang menyatakan bahwa penalaran aljabar berkembang secara bertahap—dimulai dari pengenalan pola konkret, kemudian dikembangkan melalui argumentasi, dan akhirnya diekspresikan dalam bentuk simbol formal sesuai usia dan tingkat pendidikan siswa.

Tabel 5. Analisis Berdasarkan Indikator Penalaran Aljabar

Indikator	Analisis Siswa 1	Analisis Siswa 2
Generalisasi Pola	Mengamati pertambahan tetap (4 titik), menyatakan barisan aritmetika secara mandiri	Mengamati pola bertambah tetap, menyimpulkan bentuk barisan aritmetika
Argumentasi Logis	Menjelaskan proses berpikir dan melakukan uji coba rumus secara sistematis	Menjelaskan langkah pencarian rumus, tetapi kurang rinci dan belum sistematis

Ekspresi Simbolik	Menulis rumus dengan struktur kurang tepat namun logika terjaga	Mengalami kesulitan menuliskan simbol aljabar formal dan mencampur notasi
-------------------	---	---

SIMPULAN

Secara keseluruhan, kedua siswa memiliki kemampuan awal yang baik dalam penalaran aljabar, terutama dalam menggeneralisasi pola dan menyusun alasan. Namun, mereka masih memerlukan latihan dan bimbingan khusus dalam aspek ekspresi formal, agar bisa menuliskan ide matematisnya secara tepat dan sesuai kaidah aljabar. Temuan ini sejalan dengan pendapat Kaput & Blanton (2005), yang menyatakan bahwa penalaran aljabar berkembang secara bertahap—dimulai dari pengenalan pola konkret, kemudian dikembangkan melalui argumentasi, dan akhirnya diekspresikan dalam bentuk simbol formal sesuai usia dan tingkat pendidikan siswa.

REFERENSI

- Kaput, J. J., & Blanton, M. L. (2005). *Algebraic reasoning in the elementary grades*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Kurniawan, D., & Ristanto, R. H. (2021). Students' Algebraic Reasoning in Solving Mathematical Pattern Problems. *Journal of Mathematics Education*, 10(2), 101–110.
- Nahdi, D. S. (2019). Keterampilan Matematika Di Abad 21. *Jurnal Cakrawala Pendas*, 5(1), 1-7.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM. (2004). *The Roles of Representation in School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Rahmah, N., & Susanto, H. (2020). Pengaruh Representasi Visual terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), 45–53.

Sugiyono. (2019). *Metode Penelitian Pendidikan: Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D* (Edisi Revisi). Bandung: Alfabeta.

Walle, J. A. V. D., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9th ed.). Pearson.